# 眼球網膜剥離手術のFEM数値シミュレーション

孫 智剛(情報環境室),牧野内昭武(ものつくりV-CADプログラム)





# 裂孔原生網膜剥離と締結手術











# 1. **方法**:

- 固体部分: 非圧縮性超弾性体 ── 混合型有限要素法
- 液体部分: 静止液体

### 2. 主な機能

- 要素タイプ: 4/1、8/1、9/3、MINI 2次元混合型要素
- 境界条件: 変位、集中力、面圧
- 材料モデル: Mooney-Rivlin 超弾性モデル→ ほかのモデルに拡張可能
- 超弾性体と静止液体の連成解析
- 剛体との接触処理機能
- 縫合を扱う機能





### 1) バックル材の形状が内陥効果に対する影響.

2) 縫合幅が内陥効果に対する影響.

3) 眼圧が内陥効果に対する影響.



部分締結手術

計算条件

バックル材形状



縫合幅

6.4mm, 8.8mm

### 初期眼圧

1.5mmHg, 3.75mmHg

#### Table Buckling conditions in each analysis

	buckle shape	suture width	internal pressure	
case1	quadrilateral-like	8.8 mm	3.75 mmHg	
case2	ellipse-like	8.8mm	3.75 mmHg	
case3	quadrilateral-like	8.8mm	1.50 mmHg	
case4	ellipse-like	6.4mm	3.75 mmHg	

計算条件



解析モデル

Table Material constants for the tissues

	cornea	sclera	choroid	retina	optic nerve	lens
<i>C</i> <sub>1</sub>	0.0333	0.0833	0.0083	0.0008	0.0083	16.67

neo-Hooke material model:  $W = c_1(I_1 - 3)$ 

Liquid bulk modulus: 2083.3 MPa Zinn's zonule Young's modulus: 100 MPa

計算結果

# バックル材の形状がバックル効果に対する影響





# 縫合幅がバックル効果に対する影響





# 眼圧がバックル効果に対する影響











# 開発した3次元プログラムの特徴

# 1. **方法**:

- 🖕 固体部分: 非圧縮超弾性体 💭 混合型有限要素法
- 🧕 液体部分: 静止液体

### 2. 主な機能

- 要素タイプ: 8/1節点3次元六面体混合型要素
- 🥚 境界条件: 変位、集中力、面圧
- 材料モデル: Mooney-Rivlin 超弾性モデル→ ほかのモデルに拡張可能
- 超弾性体と静止液体の連成解析

### ● 接触処理機能

# 解析方法







非圧縮性超弾性材のひずみエネルギー関数:

$$W = W(\bar{I}_1, \bar{I}_2) \tag{1}$$

#### 非圧縮性条件:

$$J = 1 \qquad or \qquad I_3 = 1 \tag{2}$$

非圧縮性超弾性体の全ポテンシャルエネルギー汎関数:

$$= \int_{V0} (W(\bar{I_1}, \bar{I_2}) + 2\lambda(J-1)) \, dV - g(u) \tag{3}$$

 $I_{I_{i}}, I_{i}$ :右Cauch-Green 変形テンソルの第一と第二の低減不変量

J: Jacobin マトリックス

 $\lambda$  : Lagrange 乗数

g(u) : 外力による仕事



### これに停留条件を適用すると:

$$\delta \Phi = \int_{V0} \left( \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} + 2\lambda \left( \frac{\partial J}{\partial \varepsilon_{ij}} \right) \right) \delta \varepsilon_{ij} \, dV + \int_{V0} 2(J-1) \delta \lambda \, dV - \left( \frac{\partial g}{\partial u} \right) \delta u = 0$$

 $\mathcal{E}_{ij}$ : Green-Lagrange ひずみ

#### 要素内部の任意点の変位とLagarange 乗数(圧力):

$$u_i = \phi_N u_{Ni} \qquad \lambda = \varphi_R \lambda_R \tag{5}$$

(4)

N: 要素の変位節点数, R: 要素内部の圧力節点数

#### 要素に関する離散化方程式:

 $\begin{bmatrix} \int_{V0} (\partial W / \partial \varepsilon_{ij} + 2\lambda (\partial J / \partial \varepsilon_{ij})) ((\partial \phi_M / \partial X_j) u_{Mn} + \delta_{jn}) (\partial \phi_N / \partial X_i) dV = r_{Nn} \\ \int_{V0} \varphi_R 2(J-1) dV = 0 \end{bmatrix}$ (6)

*r<sub>Nn</sub>*:式(3)における外部仕事の等価的節点力



(6) の非線型方程式をNewton-Raphson法を用いて解く:

Taylor 展開によって方程式(6)を線形化すると要素に関する剛性方程式:

$$\begin{bmatrix} k_1^{i-1} & k_2^{i-1} \\ k_3^{i-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{u}^i \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f} \boldsymbol{u}^{i-1} \\ \boldsymbol{f} \boldsymbol{\lambda}^{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{r} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(7)

全体剛性方程式:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{K}_{1}^{i-1} & \mathcal{K}_{2}^{i-1} \\ \mathcal{K}_{3}^{i-1} & \mathcal{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathcal{U}^{i} \\ \Delta \lambda^{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{F} \mathcal{U}^{i-1} \\ \mathcal{F} \lambda^{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{R} \\ \mathcal{O} \end{bmatrix}$$
(8)

R:等価節点力ベクトル。

各繰り返しステップにおいて,

$$\begin{bmatrix} U^{i} = U^{i-1} + \Delta U^{i} \\ {}^{i} = {}^{i-1} + \Delta {}^{i} \end{bmatrix}$$
(9)



# 非圧縮性超弾性FEMの定式化 固体一液体連成解析の定式化





固体ー液体変形モデル



<u>現配置の面圧Pを基準配置に対する面圧Poに変換する方法</u>:

Nansonの面積変換式:

$$\boldsymbol{n} \, dS = J \, \boldsymbol{F}^{-T} \boldsymbol{n}_{\boldsymbol{\theta}} \, dS_{\boldsymbol{\theta}} \qquad J = det \, / \, \boldsymbol{F} \, / \tag{10}$$

P とPo の対応関係:

$$P_0 \boldsymbol{n}_0 \, dS_0 = P \boldsymbol{n} \, dS \tag{11}$$

$$P_0 \boldsymbol{n}_0 \, dS_0 = P \, J \, \boldsymbol{F}^{-T} \boldsymbol{n}_0 \, dS_0 \tag{12}$$

等価節点力

$$\boldsymbol{r}_{e} = \int_{S_{0}} \boldsymbol{\Phi}^{T} P_{0} \boldsymbol{n}_{0} \, dS_{0} = \int_{S_{0}} \boldsymbol{\Phi}^{T} P \, J \boldsymbol{F}^{-T} \boldsymbol{n}_{0} \, dS_{0}$$
(13)

容器内表面上における四辺形要素



静止液体場合の圧力変化と体積変化の関係式

$$\Delta P = -K \frac{\Delta V}{V_{ini}} = -K \frac{V - V_{ini}}{V_{ini}}$$
(14)

現配置(時点)における液体圧力:

$$P = P_{ini} - K \frac{V - V_{ini}}{V_{ini}}$$
(15)

現配置(時点)における液体体積:

$$V = \sum_{i=1}^{ne} V_e \qquad V_e = \int_{Se} z dS \tag{16}$$

要素面上に作用する液体圧力に等価な節点力

$$\boldsymbol{r}_{e}^{l} = \int_{S_{0}} \boldsymbol{\varPhi}^{T} (\boldsymbol{P}_{ini} - \boldsymbol{K} \frac{\boldsymbol{V} - \boldsymbol{V}_{ini}}{\boldsymbol{V}_{ini}}) \boldsymbol{J} \boldsymbol{F}^{-T} \boldsymbol{n}_{0} \, dS_{0}$$
(17)

$$\begin{bmatrix} \int_{V_0} (\partial W / \partial \varepsilon_{ij} + 2\lambda (\partial J / \partial \varepsilon_{ij})) \\ ((\partial \phi_M / \partial X_j) u_{MN} + \delta_{jn}) (\partial \phi_N / \partial X_i) dV = r_{Nn} + r_{Nn}^l \\ \int_{V_0} \varphi_L 2(J-1) dV = 0 \end{bmatrix}$$
(18)

固体一液体連成解析のための全体剛性方程式

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{1}^{i-1} + \boldsymbol{K}_{1L}^{i-1} & \boldsymbol{K}_{2}^{i-1} \\ \boldsymbol{K}_{3}^{i-1} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{U}^{i} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}^{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F} \boldsymbol{U}^{i-1} \\ \boldsymbol{F} \boldsymbol{\lambda}^{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} + \boldsymbol{R}_{L}^{i-1} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$$
(19)



容器内表面上における四辺形要素





解析モデル2

解析結果 (締め込み量:4.5mm)

最後に

- 前回に報告した2次元の非圧縮性超弾性体と静止液体の連成解析プロ グラムに,網膜剥離手術のシミュレーションに必要な接触処理機能、 縫合を扱う機能を新たに導入して部分締結手術のシミュレーションを 行いバックル材の形状、縫合幅、眼圧が手術の内陥効果に対する影響 を定性的に調べた.その結果によって強膜面に対して凸となっている バックル材の形状、広い縫合幅、低眼圧の場合は高い内陥効果が得ら れることがわかった.これは臨床手術に対して適当な内陥効果を得る ための指針を与えるだけではなく,こういった手法の手術シミュレー ションに対する有効性をも十分に示した.
- 2次元のプログラムを踏まえて接触処理機能を備えた3次元の連成解析 プログラムを開発した.さらにそれをテストするために二つの解析を 実行してその有効性を確認した.また,それらのテスト解析からこの プログラムは部分締結手術と輪状締結手術を共に可能にすることが示 された.
- 今後は縫合を扱う機能と組織同士接触処理の機能をこの3次元プログラムに導入して網膜手術過程の3次元シミュレーションを実現することを目指したい。