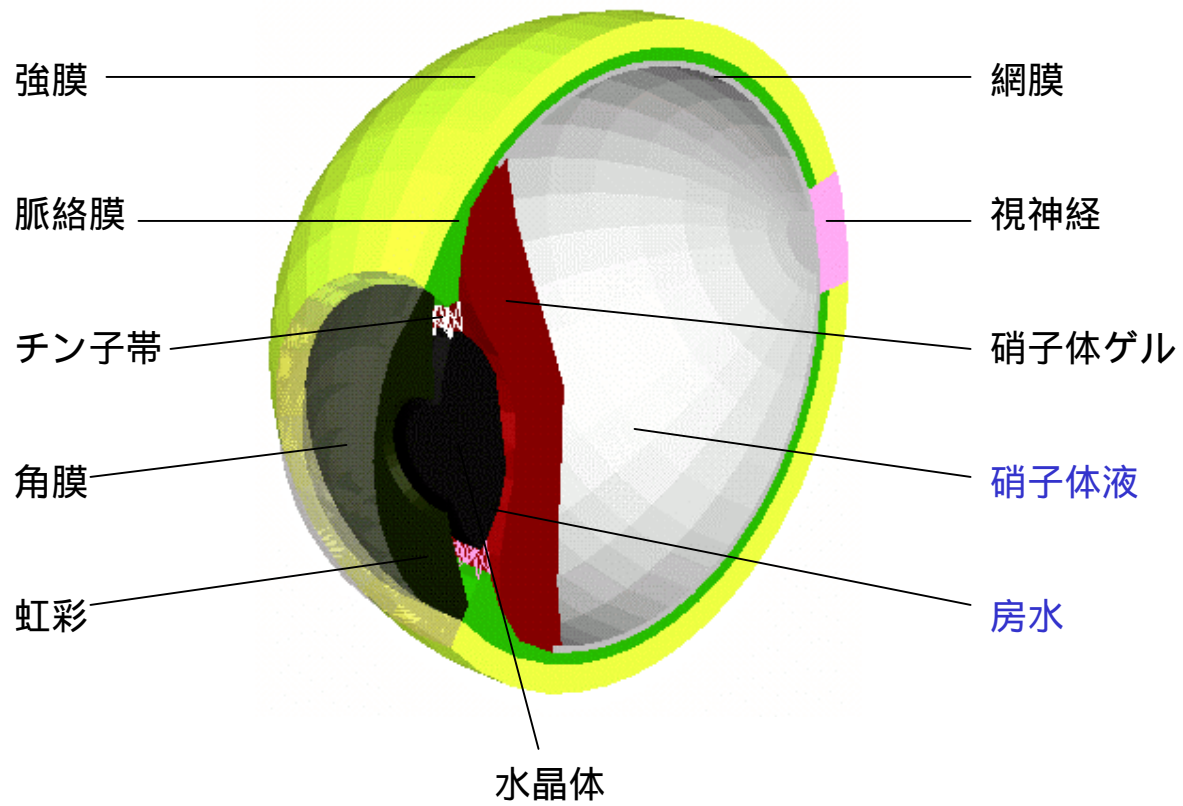


# 眼球の網膜剥離手術過程の FEMシミュレーション

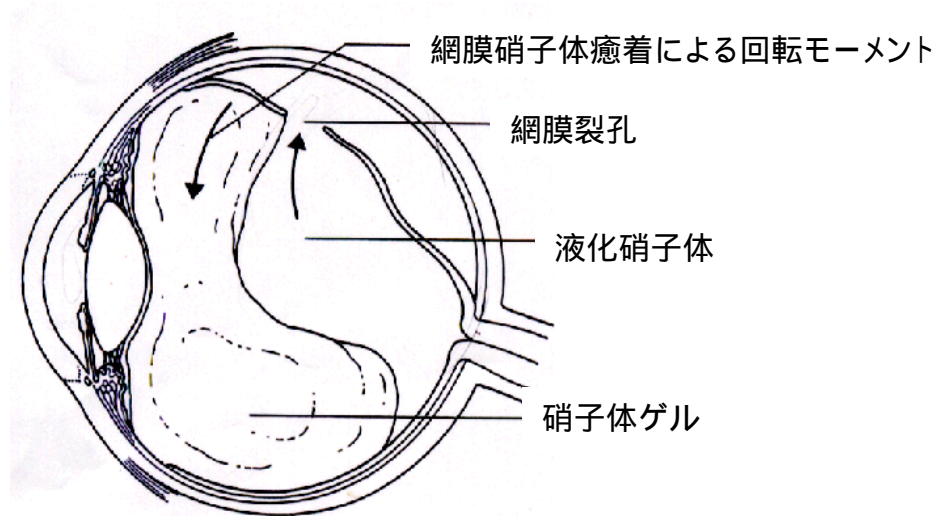
孫 智剛 牧野内昭武  
(理化学研究所)

生体力学シミュレーション・シンポジウム  
(1999.7)

# 眼球の構造

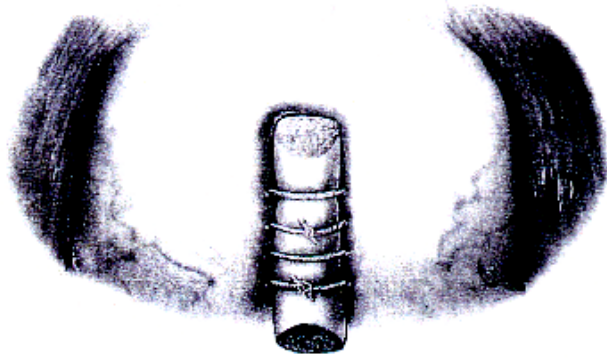


# 裂孔原生網膜剥離

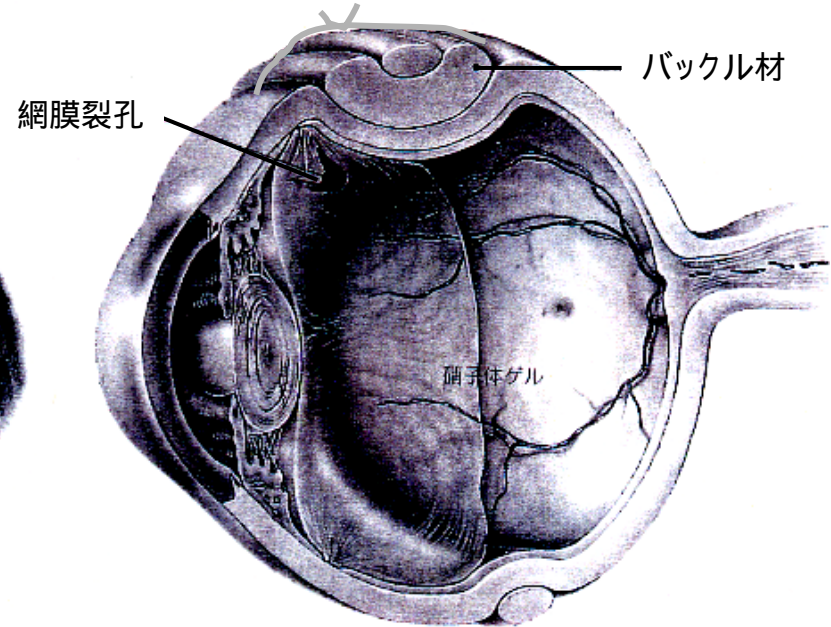


# 強膜内陷手術

部分締結術



輪状締結術



# ITAS3Dの定式

## ( 静的弾塑性陽解法 )

Updated Lagrange 速度形仮想仕事の原理式 :

$$\int_V \dot{I} \dot{I}_{ij} \frac{\partial \delta v_i}{\partial x_j} dV = \int_{S_t} \bar{t}_i \delta v_i dS + \int_V \rho \bar{b}_i \delta v_i dV$$

速度形弾塑性構成式 :

$$\dot{\tau}_{ij} = C_{ijkl}^{ep} D_{kl}$$

$$C_{ijkl}^{ep} = 2G(\delta_{ik}\delta_{jl} + \frac{\gamma}{1-2\gamma}\delta_{ij}\delta_{kl}) - \alpha \frac{9G\sigma'_{ij}\sigma'_{kl}}{2\sigma'^2(H'+3G)}$$



$$\int_V \{ (\dot{\tau}_{ij} - 2\sigma_{ik}D_{kj})\delta D_{ij} + \sigma_{jk}L_{ik}\delta L_{ij} \} dV = \int_{S_t} \bar{t}_i \delta v_i dS + \int_V \rho \bar{b}_i \delta v_i dV$$



要素剛性方程式  $K^e \Delta u^e = \Delta f^e$

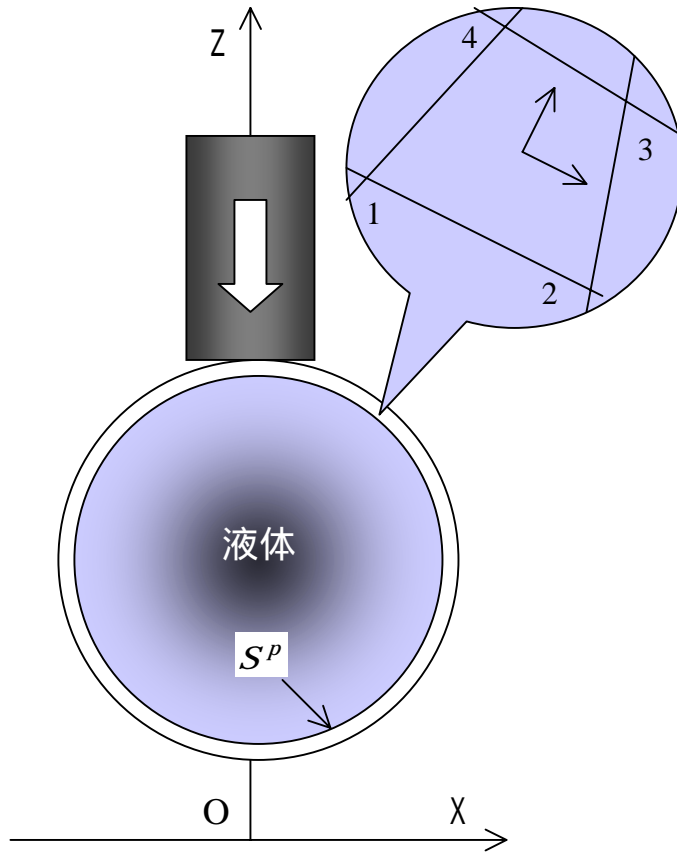


全体剛性方程式  $\underline{K \Delta u = \Delta f}$

$K$  : 全体剛性マトリックス       $\Delta u$  : 節点変位増分ベクトル       $\Delta f$  : 節点力増分ベクトル

# 固体-液体連成解析の定式化

## (等価的節点力の求め方)



固体・液体構造体の変形モデル

等価的節点力：

$$f^e = \int_{S^e} -\Phi^T p n dS$$

節点力増分：

$$\begin{aligned} \Delta f^e &= \int_{S^e} -\Phi^T \Delta(pn) dS \\ &= -\Delta p \int_{S^e} \Phi^T n dS - p \int_{S^e} \Phi^T \Delta n dS \end{aligned}$$

$f^e$ ：等価的節点力  $(f_{1x} f_{1y} f_{1z} \dots f_{4x} f_{4y} f_{4z})^T$

$n$ ：要素面の外向きの法線ベクトル

$\Phi$ ：形状関数からなる  $(3 \times 12)$  のマトリックス

$$\Phi = (\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4)$$

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix} \quad N_i : \text{形状関数 } (i = 1, 2, 3)$$

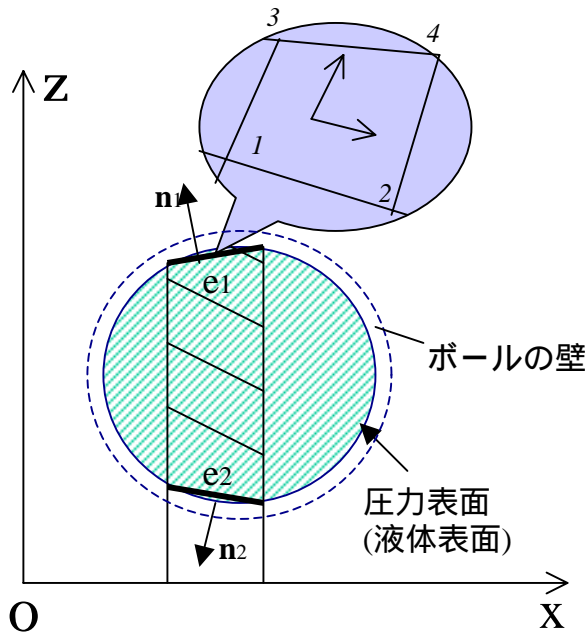
# 固体-液体連成解析の定式化

## (体積増分と圧力増分の求め方)

液体の圧力変化と体積変化の関係式:

$$\Delta p = -\frac{K}{V} \Delta V$$

$K$ : 液体の体積弾性係数



液体の体積の求め方

$$V^e = \int_{S^e} z dx dy = \int_{-1}^1 z(\xi, \eta) |J| d\xi d\eta$$

$$V = \sum_{e=1}^n V^e$$

$V^e$ : 四辺形要素面の外向き法線方向が上向きであるなら  
正值を, 下向きの場合は負値を取る。

$$z = \sum_{i=1}^4 N_i z_i$$

$N_i$ : 形状関数

$z_i$ : 四辺形要素節点の  $z$  座標

$$V = f(z_i) \quad i = 1, \dots, m$$

$m$ : 圧力表面上の節点総数

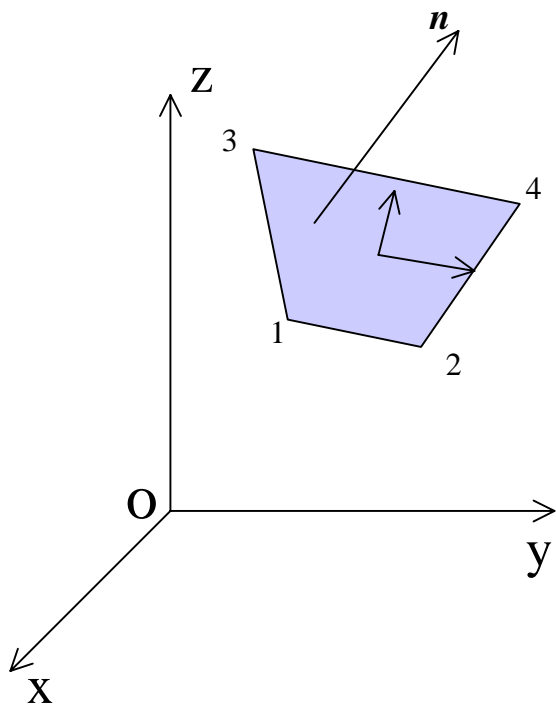
$$\Delta V = \frac{\partial [f(z_i)]}{\partial z_i} \Delta z_i = \mathbf{F}^T \Delta \mathbf{u}^{SP}$$

$\mathbf{F}$ :  $3m \times 1$  のマトリックス  $\Delta \mathbf{u}^{SP}$ : 圧力表面上節点の変位増分ベクトル

$$\Delta p = -\frac{K}{V} \Delta V = -\frac{K}{V} \mathbf{F}^T \Delta \mathbf{u}^{SP}$$

# 固体-液体連成解析の定式化

## (法線ベクトル増分の求め方)



法線ベクトル  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)^T$  :

$$n_x = \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) / H \quad n_y = \left( \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) / H$$

$$n_z = \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) / H$$

$$H = \sqrt{EG - F^2}$$

$$E = (\partial x / \partial \xi)^2 + (\partial y / \partial \xi)^2 + (\partial z / \partial \xi)^2$$

$$F = (\partial x / \partial \xi)(\partial x / \partial \eta) + (\partial y / \partial \xi)(\partial y / \partial \eta) + (\partial z / \partial \xi)(\partial z / \partial \eta)$$

$$G = (\partial x / \partial \eta)^2 + (\partial y / \partial \eta)^2 + (\partial z / \partial \eta)^2$$

$$\mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^4 N_j \mathbf{x}_{ij} \quad i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3, 4$$

$N_i$  : 形状関数  $x_i, y_i, z_i$  : 要素の節点座標

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{n} &= \left( \frac{\partial n_x}{\partial \mathbf{x}_{ij}} \Delta \mathbf{x}_{ij} \quad \frac{\partial n_y}{\partial \mathbf{x}_{ij}} \Delta \mathbf{x}_{ij} \quad \frac{\partial n_z}{\partial \mathbf{x}_{ij}} \Delta \mathbf{x}_{ij} \right)^T \\ &= \mathbf{M} \Delta \mathbf{u}^e \end{aligned}$$

$\mathbf{M}$  :  $3 \times 12$  のマトリックス  $\Delta \mathbf{u}^e$  : 要素節点の変位増分ベクトル



# 固体—液体連成解析の定式化

(全体剛性方程式の導出)

$$\Delta p = -\frac{K}{V} F^T \Delta u^{SP} \qquad \Delta n = (\Delta n_x, \Delta n_y, \Delta n_z)^T = M \Delta u^e$$

$$\Delta f^e = -\Delta p \int_{S^e} \Phi^T n dS - p \int_{S^e} \Phi^T \Delta n dS$$

$$\Delta f^e = Q \Delta u^{SP}$$

$Q$  :  $12 \times 3m$  のマトリックス  
 $m$  : 圧力表面上の要素節点総数

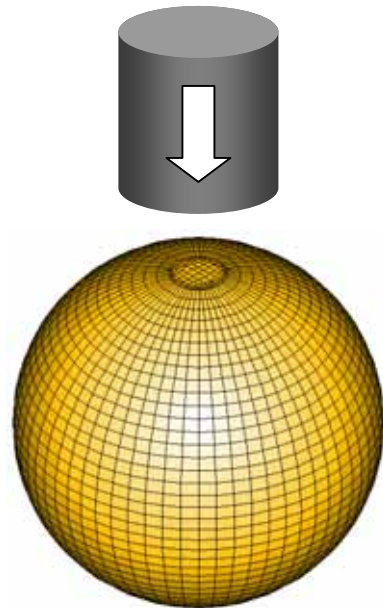
$$K \Delta u = \Delta f$$

$$(K + K^L) \Delta u = \Delta f$$

$K$  : もとの固体に関連した剛性マトリックス

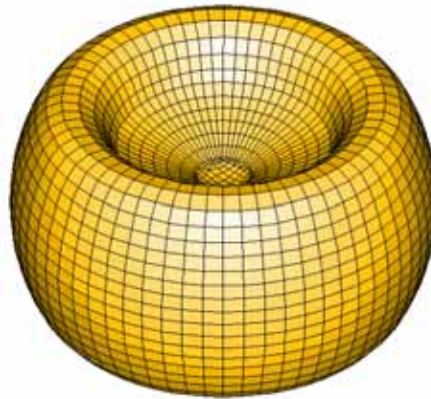
$K^L$  : 液体に関連した剛性マトリックス

# 固体-液体連成解析の実例

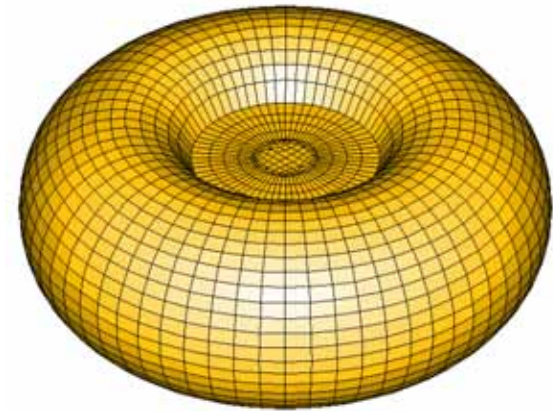


解析モデル

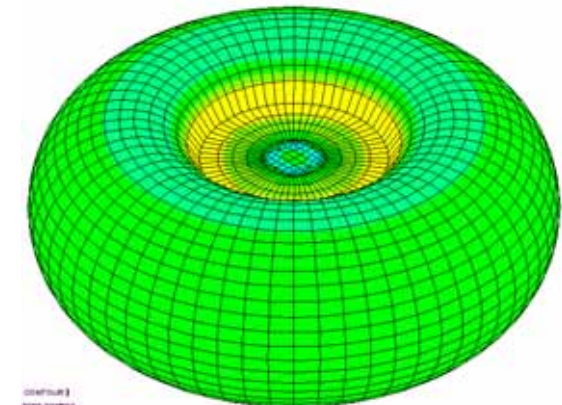
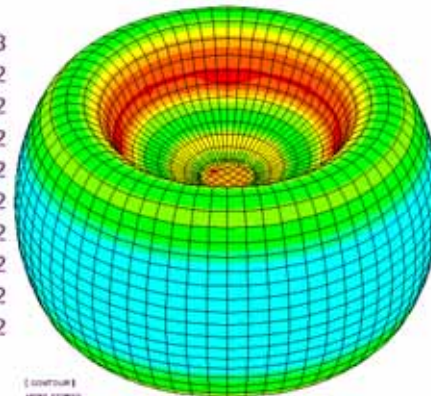
液体なし



液体あり

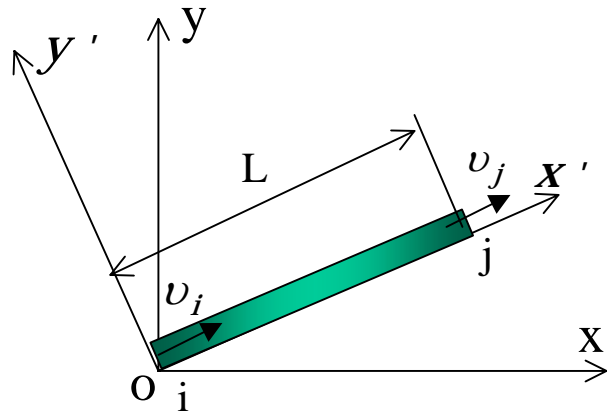


変形形状

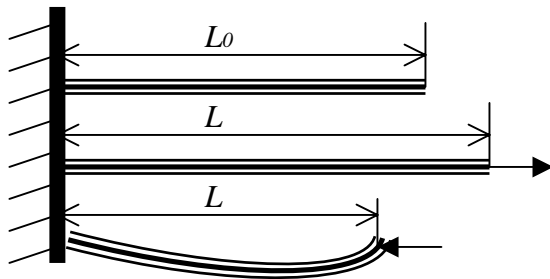


ミーゼス応力分布

# ひも要素の導入と定式



ひも要素



$L > L_0$ : 応力状態

$L = L_0$ : 無応力状態

$r_{min}$ は以下の方程式の最小の正根を取る。

$$\begin{aligned} & [(x_1 + r\Delta x_1) - (x_2 + r\Delta x_2)]^2 \\ & + [(y_1 + r\Delta y_1) - (y_2 + r\Delta y_2)]^2 \\ & + [(z_1 + r\Delta z_1) - (z_2 + r\Delta z_2)]^2 = L_0 \end{aligned}$$

ひも要素の変位速度場：

$$v(x') = a_1 + a_2 x' = [1 - x'/L \quad 1 + x'/L][v_i \quad v_j]^T = \mathbf{A} v_x,$$

速度勾配テンソル：

$$L_{x'x'} = \frac{\partial v}{\partial x'} = [-1/L \quad 1/L][v_i \quad v_j]^T = \mathbf{B} v_x,$$

弾性応力速度：

$$\dot{\sigma}_{x'x'} = E L_{x'x'}$$

Updated lagrange 速度形仮想仕事の原理式：

$$\int_V \dot{\Pi}_{ji} \delta L_{ij} dV = \int_{S_t} \dot{t}_i \delta v_i dS + \int_V \rho \dot{b}_i \delta v_i dV$$

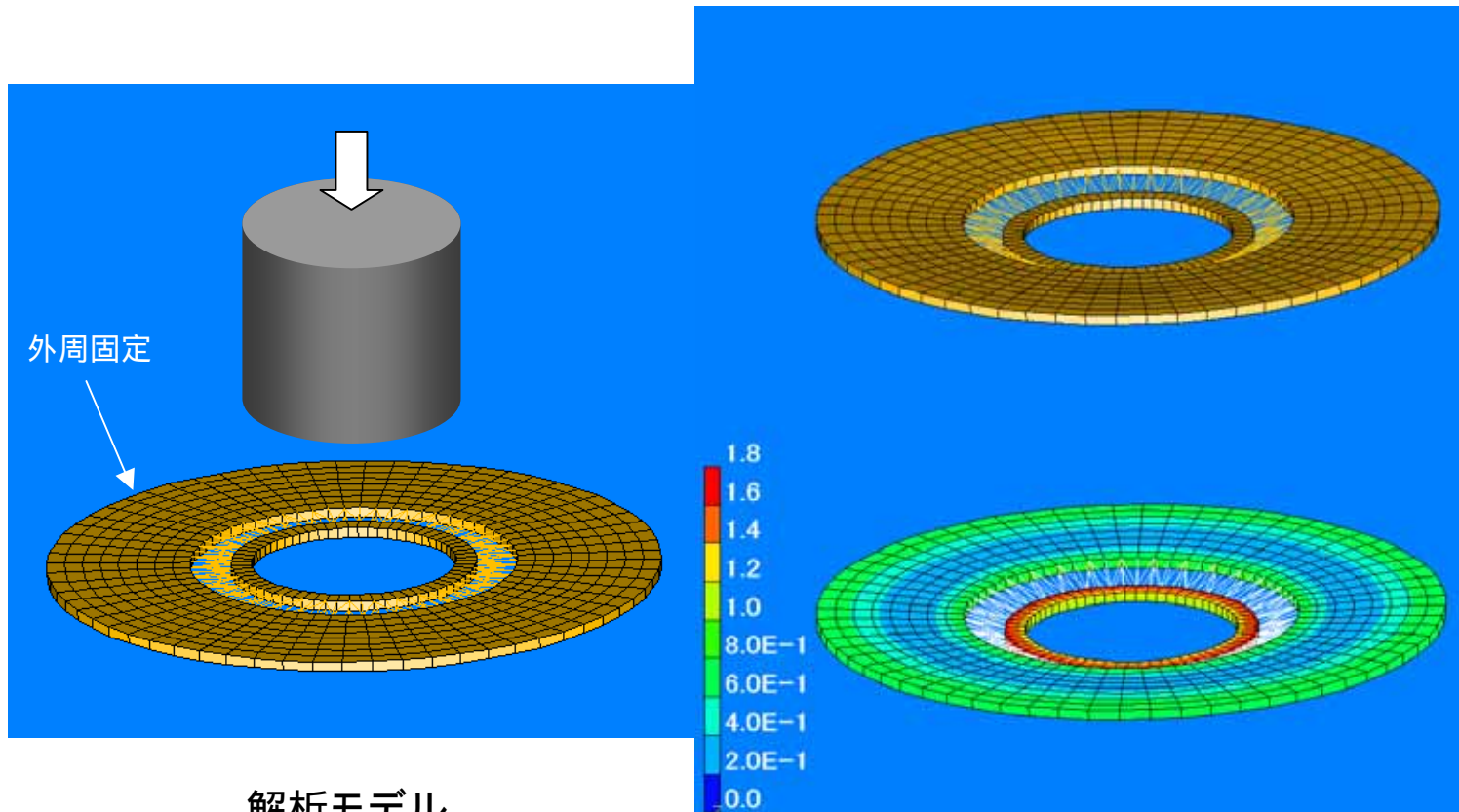
$$\mathbf{K}_{string}^* \Delta \mathbf{u}^e = \Delta \mathbf{f}^*$$

(局所座標系における要素剛性方程式)

$$\mathbf{T}^T \mathbf{K}_{string}^* \mathbf{T} \Delta \mathbf{u}^e = \mathbf{K}_{string} \Delta \mathbf{u}^e = \Delta \mathbf{f}^*$$

(全体座標系における要素剛性方程式)

# ソリッド要素ーひも要素混合解析の実例

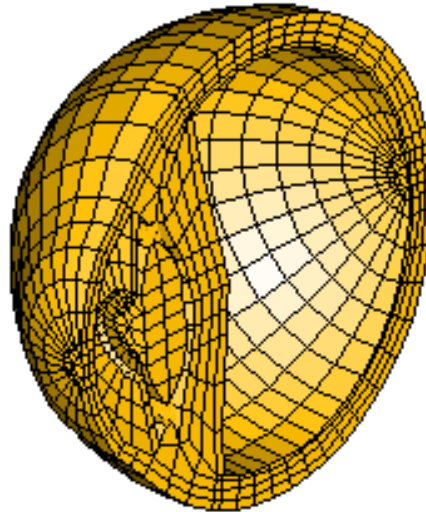


# 眼球の輪状締結手術のシミュレーション (解析モデル)

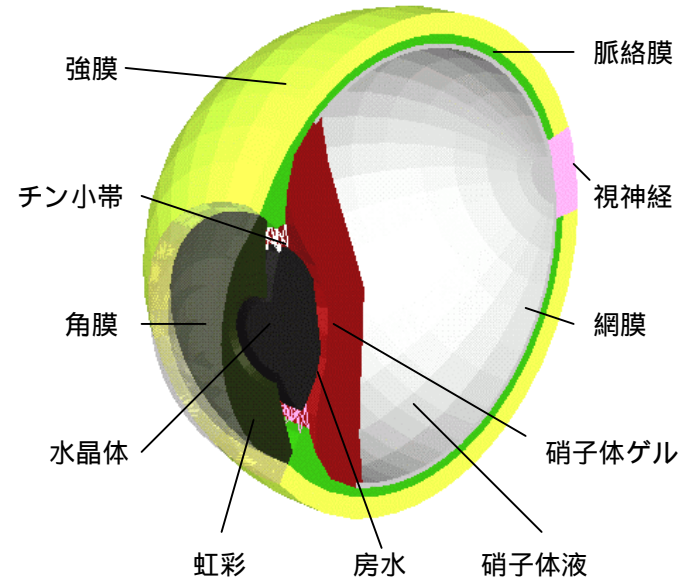
シリコンタイヤ



要素分割  
(ソリッド:1000個, ひも:64本)



組織分割

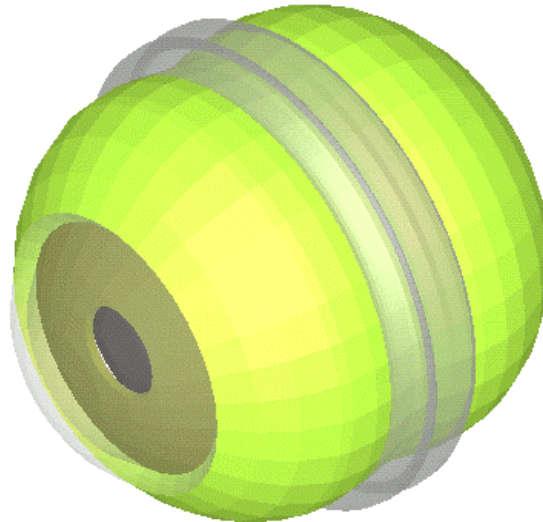
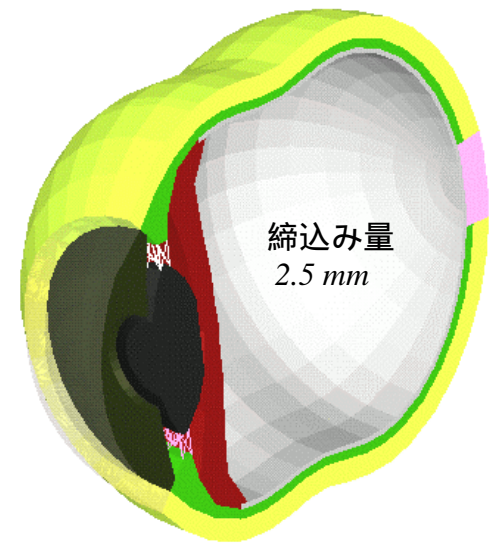
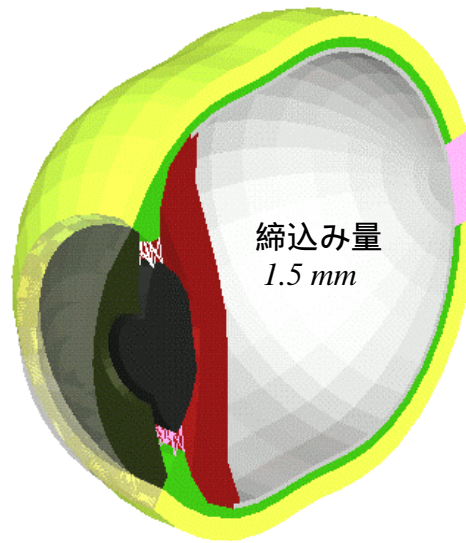
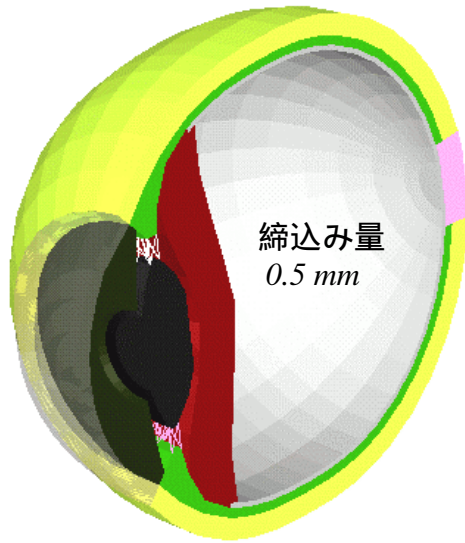


各組織の材料定数

	角膜	虹彩	強膜	脈絡膜	硝子体	網膜	視神経	水晶体	チン小帯
ヤング率(MPa)	0.2	0.05	0.5	0.05	0.00001	0.05	0.05	100	100
ポアソン比	0.49	0.49	0.49	0.49	0.42	0.49	0.49	0.49	0.49

# 眼球の輪状締結手術のシミュレーション

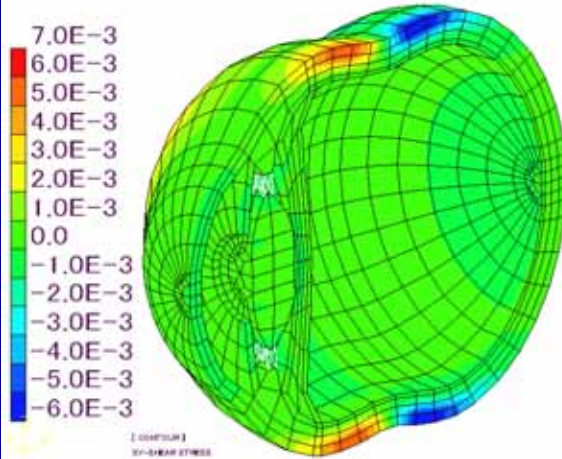
(シミュレーション結果: 変形パターン)



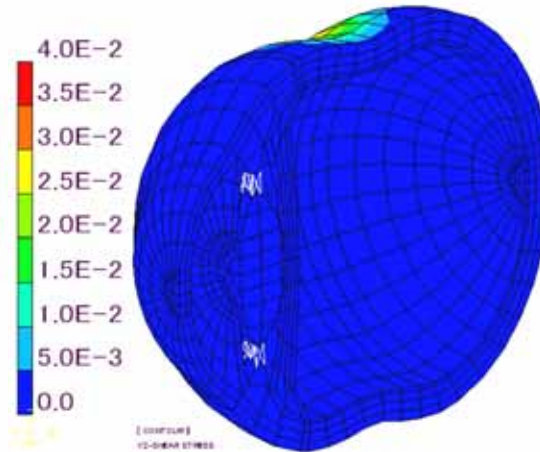
# 眼球の輪状締結手術のシミュレーション

(シミュレーション結果: 締結後の応力分布)

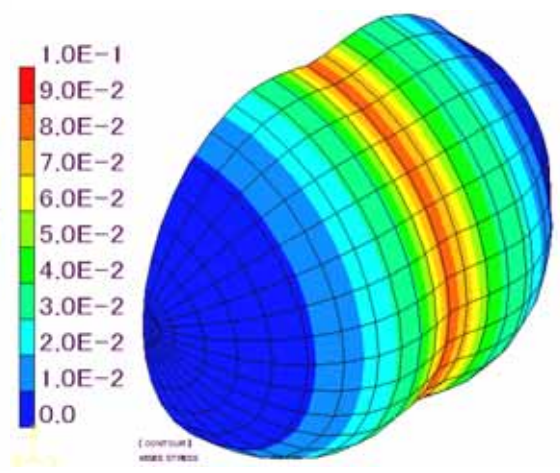
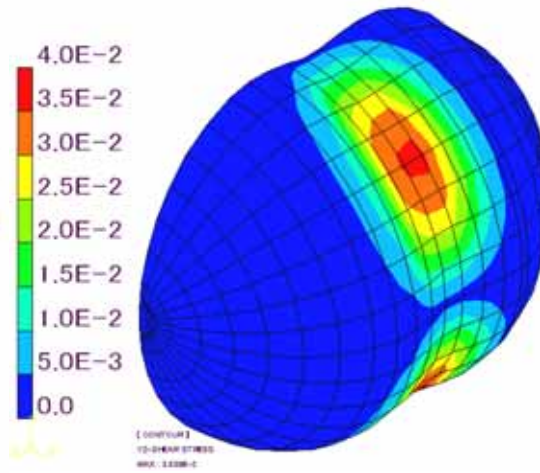
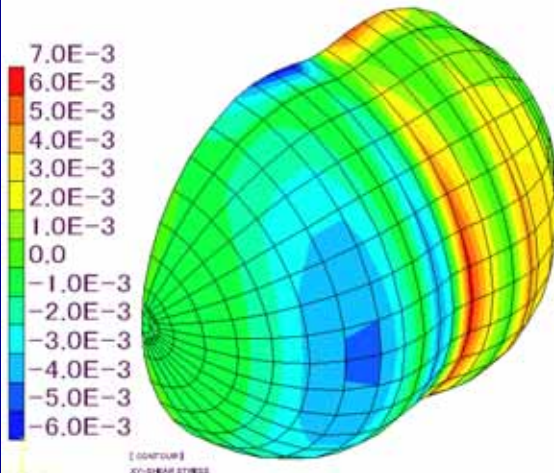
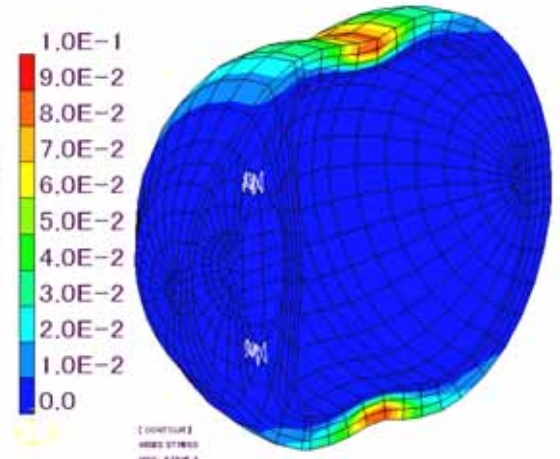
xy方向のせん断応力



yz方向のせん断応力



ミーゼス応力



# 眼球の輪状締結手術のシミュレーション

(シミュレーション結果: 締結過程中における眼圧の変化)

