

動的陽解法 F E Mによる生体硬・軟構造の衝突損傷解析

平田 忍(理化学研究所) 仲町 英治(大阪工業大学工学部)

1. 緒言

生体構造は、硬い骨や歯および柔らかい筋や内臓などの硬・軟組織複合材料により構成されている。

本研究で対象とする人体頭部は、硬組織である頭蓋骨および軟組織である脳によって構成されている。ここで脳は膜によって覆われ、更に脳髄液の中に浮かんでいる。この頭部が衝撃荷重を受けた場合の頭蓋骨および脳に生じる損傷を予測するシミュレーション手法の開発を主要な課題とする。

従来、米国や韓国などで人体の材料構成式の提案と材料パラメータの同定が行われてきた。しかし、脳についての材料パラメータ同定方法を例にとってみても分かるように、まだ多くの検討の余地が残されている。更に、骨および脳組織の損傷・破壊を予測するための数理モデルおよび判定基準に関する研究は非常に少なく実験検証も不十分と言える。

本研究においては、これまで測定された有限要素人体材料モデルである E S I モデルの頭部を解析対象とし、剛体壁に頭部が衝突する場合の変形挙動と応力伝播を動的陽解法有限要素法 PAM-CRASH により解析した。硬組織である頭蓋骨および軟組織である脳の応力伝播に関する解析結果を得ることで損傷モデル構築の基礎となる知見が得られるものと考えられる。

2. 動的陽解法有限要素法の理論

動的陽解法有限要素法は接触非線形を含む弾塑性大ひずみ大変形問題を数値的に安定して解くことができるロバストなシミュレーションプログラムとして広く産業界に普及した。自動車車体の衝突解析、あるいはタイムスケーリングを導入した準静的塑性加工解析などその応用範囲は広がっている。そこで、動的陽解法有限要素法の理論背景と数値技法について説明する。

2-1. 動的陽解法のための弱形式変分原理と運動方程式 \mathbf{u} を変位ベクトル、記号 (\cdot) を時間微分、 \mathbf{f}

$\rho \ddot{\mathbf{u}}$ および $\mathbf{v} \dot{\mathbf{u}}$ を物体力、慣性力および減衰力とする。 $\boldsymbol{\sigma}$ をコーシー応力、 \mathbf{n} を物体表面で定義された単位法線ベクトル、 \mathbf{D} は変形速度テンソル、 \mathbf{T} は表面力とし、弱形式の仮想仕事率の原理式を示すとつぎのようになる⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。

$$\int_V \delta \mathbf{D} dV + \int_V \delta \dot{\mathbf{u}}^T (\rho \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{v} \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{f}) dV - \int_{S_T} \delta \dot{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{T}} dS + \int_{S_C} \delta (\dot{\mathbf{u}}_c^T \mathbf{f}_c) dS \geq 0 \quad (1)$$

左辺第4項は接触境界に関するもので、つぎのように境界速度 $\dot{\mathbf{u}}_c$ および接触力 \mathbf{f}_c を用いることでつぎの関係となる。

$$\int_{S_C} \delta (\dot{\mathbf{u}}_c^T \mathbf{f}_c) dS = \int_{S_C} (\delta \dot{\mathbf{u}}_c)^T \mathbf{f}_c dS + \int_{S_C} \dot{\mathbf{u}}_c^T \delta \mathbf{f}_c dS \quad (2)$$

接触境界条件を満足させるためにペナルティ法あるいはラグランジ未定乗数法を採用することで最終的につぎの運動方程式を得る。

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{G}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{F} = \mathbf{P} \quad (3a)$$

$$\mathbf{G} \dot{\mathbf{u}} \leq 0 \quad (3b)$$

ここで \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{P} および \mathbf{F} は集中質量および減衰マトリクス、外力および内力ベクトルである。 $\boldsymbol{\lambda}$ はラグランジ未定乗数であり、 \mathbf{G} は接触境界条件マトリクスである^{(1),(2),(5),(6)}。

2-2. 非線形接触理論 ここでは、式(3a-b)の数値積分法として中央差分法を導入するが、接触境界に対してペナルティ法とラグランジ未定乗数法を導入して離散化式を導出する過程を示す^{(1),(7),(8)}。

A) 接触判定法 有限要素の節点で定義された法線方向 \mathbf{n} で相手物体の表面内への食い込み量は、インサイドアウトサイドアルゴリズムによる接触判定法と有限要素法内挿手法によって算出することができる。つまり、相手物体表面上で決定された位置ベクトル \mathbf{x} と接触判定された有限要素節点 I の位置ベクトル \mathbf{x}^I を用いることで食い込み量 g を求めることができる。

$$g = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}^I) \quad (4)$$

ここで $g > 0$ は空隙を、 $g < 0$ は食い込みを、 $g = 0$ は表面上に節点があることを意味している。

B) **ペナルティ法**⁸⁾ 接触力ベクトル \mathbf{P} は接触接平面に対して垂直方向および接線方向の成分に分解できる。垂直方向成分 \mathbf{P}_n は食い込み量 g とペナルティ数 p^n によってつぎのように求められる。

$$\mathbf{P}_n = p^n \cdot |\mathbf{g}| \cdot \mathbf{n} \quad (5)$$

接触力ベクトルの垂直方向成分を求め、接線方向成分を後述する摩擦法則によって求めることで、陽形の離散化方程式に帰着する。時間数値積分には中央差分法を用いる。最終的に時刻 $t + \Delta t$ での変位は時刻 $t - \Delta t$ と t の既知変位によって以下のように表すことができる。

$$\mathbf{u}^{t+\Delta t} = \left[\left(\frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right)^{-1} \left[\mathbf{P} - \mathbf{F} + \mathbf{M} \frac{1}{\Delta t^2} (2\mathbf{u}^t - \mathbf{u}^{t-\Delta t}) + \mathbf{C} \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{u}^{t-\Delta t} \right] \right] \quad (6)$$

本手法は食い込み量 g を求めるための有効な手法であるインサイドアウトサイドアルゴリズムと接触力を簡単に定義することができるペナルティ法を用いるために計算は非常に単純であり効率は高い。しかし、ペナルティ数の選択には経験が要求され、過大な値では精度は高いが振動が顕著になり、低い値では解の収束性は高いが精度が劣る。ペナルティ法は接触点に人工的な衝撃力を負荷することになることから計算の安定収束に関する配慮が必要である。そこで、この接触境界の精度を保証しつつ安定して解析ができる手法としてラグランジ未定乗数法が提案された。

C) **ラグランジ未定乗数法** ラグランジ未定乗数法は接触境界条件での変位拘束を精度良く、さらに安定して解析することのできる手法である。ここでは、本手法とインサイドアウトサイドアルゴリズムとを融合させて得られた離散化方程式を解くことになる。接触点相手が相手物体表面との接触面上から離れない条件を満足させるために、つぎの連立方程式を解く必要が生じる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^t + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^t + (\mathbf{G}^{t+\Delta t})^T \lambda + \mathbf{F}^t = \mathbf{P}^t \quad (7a)$$

$$\mathbf{G}^{t+\Delta t} \{\mathbf{u}^{t+\Delta t} + \mathbf{X}\} = 0 \quad (7b)$$

この常微分方程式を陽に解くために、増分前進ラグランジ未定乗数法を用いる必要がある。ラグランジ未定乗数法とインサイドアウトサイドアルゴリズムを導入した増分解法の概略を示すとつぎのようになる。ある任意の時刻 t において、つぎの増分後の時

刻における試行変位 $\hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t}$ が式(6)を用いて求められ、つぎに以下に示す式を用いて最終的に増分時間後の変位が求められることになる。

$$\mathbf{u}^{t+\Delta t} = \hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t} + \mathbf{u}_c^{t+\Delta t} \quad (8)$$

ここで、

$$\mathbf{u}_c^{t+\Delta t} = -(\Delta t)^2 \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{G}^{t+\Delta t})^T \lambda^t \quad (9)$$

$$\lambda^t = [(\Delta t)^2 \mathbf{G}^{t+\Delta t} \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{G}^{t+\Delta t})^T]^{-1} \mathbf{G}^{t+\Delta t} \{\hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t} + \mathbf{X}\} \quad (10)$$

式(9),(10)では減衰を考慮していない、つまり、慣性力の影響が支配的と考えたためである。式(9),(10)を解くためには更新された座標である ($\hat{\mathbf{x}}^{t+\Delta t} = \hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t} + \mathbf{X}$)を用いた反復収束計算を必要とする。ここでは、連結有限要素の法線を用いた要素法線を用いた反復計算中にそれを固定し、計算の安定を図っている。接触節点が相手物体表面からある許容値以内にありさらに未定乗数 λ^t の反復修正量が許容値以下となった場合に計算は収束したと判定し、変位、位置ベクトルの更新を行っている。既に接触している節点の場合には未定乗数 λ の初期設定が容易であり、より安定した反復収束計算が可能となることが確認されている。

D) **接線方向摩擦抵抗力** 接触力の垂直方向成分はペナルティ法およびラグランジ未定乗数法によって求めるが、接線方向成分である摩擦抵抗力は基本的にはクーロン摩擦則に従うものとして求めることができる。摩擦力ベクトルと接触接平面内のすべり速度ベクトルを関係づける式は、塑性ポテンシャルに基づく塑性構成式に相似な流れ則を用いて定式化できる⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾。この場合、すべり速度ベクトルは摩擦ポテンシャル曲面に対する法線方向を向くとして求める連合流れ則を用いることにする。定式化の概略を示すとつぎのようになる。

まず、接触接平面内で定義されたすべり変位増分 $\Delta \mathbf{u}$ を擬似固着(弾性固着)成分 ($\Delta \mathbf{u}^e$) とすべり成分 ($\Delta \mathbf{u}^p$) とに分解する。

$$\Delta \mathbf{u}_i = \Delta \mathbf{u}_i^e + \Delta \mathbf{u}_i^p, \quad (i=1,2) \quad (11)$$

つぎに、摩擦ポテンシャル関数を以下のように定義する。

$$\mathbf{G} = (\mathbf{P}_1^2 + \mathbf{P}_2^2)^{1/2} \quad (12)$$

そこでは、もし $G < C_f$ を満足する場合は擬似弾性摩擦を満足するものとし以下の関係式が成立するものとする。

$$\Delta u_1^p = \Delta u_2^p = 0, \text{ and } \Delta P = -p^t \Delta u \quad (\text{sticking}) \quad (13)$$

いっぽう、 $G = C_f$ を満足する場合には接触点は塑性、つまり、クーロン摩擦則に従って滑るものとした。

$$\Delta u_i^p = \Delta \lambda \frac{\partial G}{\partial P_i}, \text{ and } \Delta \lambda > 0 \quad (\text{sliding}) \quad (14)$$

ここで p^t は 2×2 の接線方向接触力に関する対角マトリクスである。 $C_f [= \min(\mu |P_3|, \tau_s A_m)]$ は関数で表された摩擦降伏力である。関数を表す変数としての μ は摩擦係数、 τ_s は最大降伏せん断応力、 A_m は有効接触面積である。接触力ベクトルは、垂直方向成分(面圧) P_3 、および接平面で定義されたデカルト平面座標成分 P_1 および P_2 を持つ。摩擦構成則を用いて摩擦力増分を求める手法として radial return algorithm を採用する^{(8),(12)}。さらに、増分変形に伴う接触接平面の移動回転によって生じる接触力成分の変化を考慮する、つまり非保存系の増分量の修正を導入されている^{(1),(13)}。

3. 人体頭部の構造

3-1. 頭蓋骨^{(14),(15)} 頭蓋骨は内板、間板層および外板から構成される三層構造となっており脳を保護している。内板と外板は皮質骨、間板層は造血器官としての海面骨からなっている。

3-2. 脳⁽¹⁶⁾ 人間の脳の中身を容積で言うと、脳実質が 1200ml、CSF が 100~150ml、血液が 100~150ml となっている。CSF はその浮力によって弱々しい組織である脳を保護している。また、脳脊髄圧をもって頭蓋内圧としており頭蓋内での圧力の変化が脳の病体を考える上で重要となっている。成人では脳、脊髄、CSF は脳血管と共に骨性の固い枠の中に納まっている。脳組織と CSF と血液は、元来圧縮不可能である。ゆえにそれらの和もほぼ一定でなければならない。

4. 人体の耐性^{(17),(18)}

人体の耐性については主に自動車業界において衝突事故時における損傷の減少のため研究されている。現在、耐性は直線加速度について求められており、作用する加速度の大きさと作用時間についてまとめられている。

現在、Wayne State University の Lissner が 1960 年に提唱した Wayne State Tolerance Curve (WSTC) が基礎になっている。このカーブは平らな剛板面に死体の頭部を落下させ頭蓋骨の線状骨折が生じる限界として得た。

1966 年に GM の Gadd は WSTC に基づいて頭部損傷基準式 Gadd Severity Index (GSI) を提唱した。

$$GSI = \int_0^t a^n dt \quad (15)$$

a : 頭部加速度, n : 重みづけ関数,

t : 加速度作用時間, t : 時間

$n=2.5$ とすると WSTC は GSI 1000 となり、GSI=1000 を安全値と考えた。

1972 年にアメリカ NHTSA (National Highway Traffic Safety Administration) が傷害値として次式を提案した。

$$HIC = (t_2 - t_1) \left[\frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} a dt \right]^{2.5} \quad (16)$$

a : 頭部重心における合加速度

t_2-t_1 : HIC が最大となる時間

式(16)は現在も頭部傷害耐性として採用が義務づけられている。

5. 材料モデル

本研究において人体頭部のモデルは日本 ESI (株) より購入した ESI モデルを使用した。

このモデルにおいて、頭部は 19 の部位に別れており、有限要素で要素分割されている。

現在、頭部モデルの材料パラメータは米国の Wayne State University が測定したものをを用いている。頭部は頭蓋骨と顎部に分かれており、頭皮は 6 mm 厚の弾性 Shell 要素として頭蓋骨に接している。CSF や Venous sinus は液体のような物性値をもつ弾塑性 Solid 要素として定義されている。

頭部全体と脳の図を示し，材料定数と要素数を以下にまとめた．

Table.1 Material parameter of solid finite elements

Item	Density (kg/mm ³)	Shear modulus (GPa)	Tangent modulus (GPa)	Bulk modulus (GPa)	Yield Stress (MPa)
skull	2.10E-06	2.27	2.5	3.29	42
csf	1.04E-06	5.00E-07	1.49E-05	0.219	10
Bony sinus	2.10E-06	1.64E+00	2.5	2.42	42
White matter-left	1.04E-06	2.68E-04	5.00E-05	0.349	2
gray matter-left	1.04E-06	1.68E-04	5.00E-05	0.219	2
Ventricle-left	1.04E-06	5.00E-07	1.49E-05	0.219	10
Brain-stem-left	1.04E-06	2.68E-04	5.00E-05	0.349	2
Venous sinus	1.04E-06	5.00E-07	1.49E-05	0.219	10
white matter-right	1.04E-06	2.68E-04	5.00E-05	0.349	2
gray matter-right	1.04E-06	1.68E-04	5.00E-05	0.219	2
Ventricle-right	1.04E-06	5.00E-07	1.49E-05	0.219	10
Brain-stem-right	1.04E-06	2.68E-04	5.00E-05	0.349	2

Table.2 Material parameter of shell finite elements

Item	Density (kg/mm ³)	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio	Thickness (mm)
scalp	1.200E-06	0.0167	0.42	6
dura	1.133E-06	0.0315	0.45	1
pia	1.133E-06	0.0115	0.45	0.1
falx	1.133E-06	0.0315	0.45	1.5
tentorium	1.133E-06	0.0315	0.45	1
facial bone	3.000E-06	5.54	0.22	9

Table.3 Material parameter of bar finite elements

Item	Density (kg/mm ³)	Linear elastic stiffness
bridging veins	1.133E-06	0.0019

Table.4 Nodes and elements of each elements

Item	Nodes	Elements	Item	Nodes	Elements
skull	5392	2672	scalp	2728	2702
csf	6598	3376	dura	394	330
bony sinus	330	126	pia	3437	3376
white matter-left	3343	1642	falx	274	227
gray matter-left	4931	2790	tentorium	223	184
ventricle-left	336	109	facial bone	363	318
brain-stem-left	400	223	bridging veins	40	20
venous sinus	448	138			
white matter-right	3343	1642			
gray matter-right	4931	2790			
ventricle-right	336	109			
brain-stem-right	400	223			

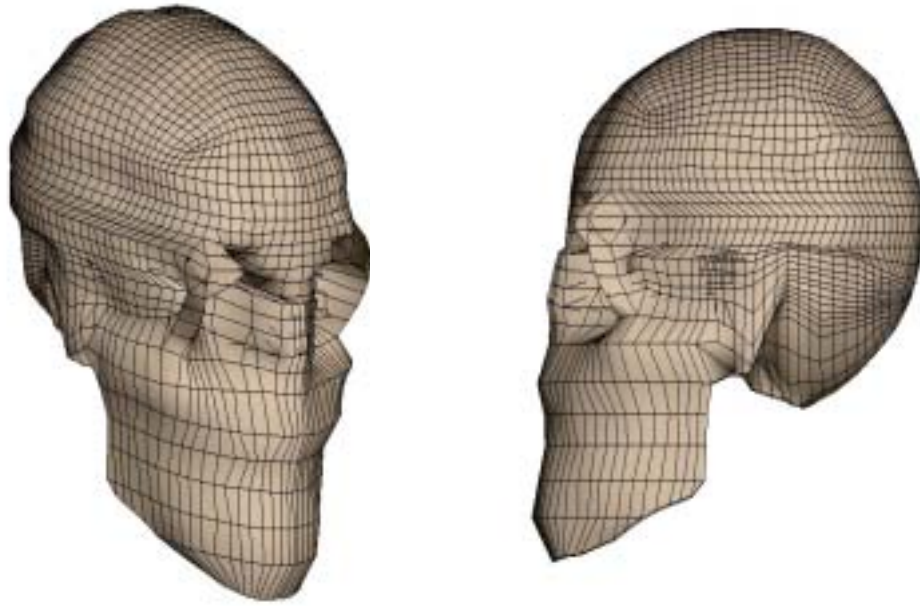


Fig.1 Head Model

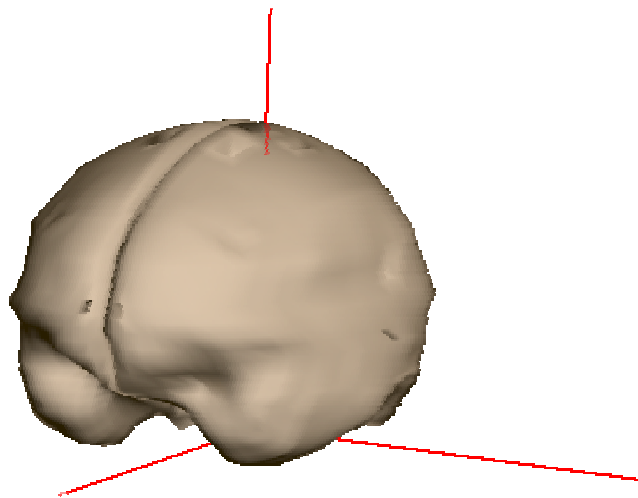


Fig.2 Brain

この頭部モデルにおいて剛体壁に頭部モデルが任意の初速度で衝突した場合の変形挙動および硬組織である頭蓋骨と軟組織である脳内を伝播する応力波に関する時系列データを得た。

6. 結果

PAM-CRASH で頭部を初速度 6.26m/s で剛体壁に衝突させたときの結果を示す。

図3は頭蓋骨に応力波が伝播する様子であり、図4は脳に応力波が伝播する様子である。脳においては応力波の値が小さいため、目盛りを小さくしている。図より頭蓋骨において、応力集中はは衝突側の側面

だけでなく反対側の側面にも現れることが分かった。また、脳においては衝突部と反対側の脳に負圧が働き、応力波の伝播は不均一に起こることが分かった。これは脳が複数の部分で構成されているためと考えられる。

7. 結言

今回の計算結果より応力波の伝播具合を把握することが出来た。骨と脳においては伝播速度の絶対値が違っていたことが分かった。今後、実際に実験を行うなどしてデータを比較し、モデルの信頼性を検討していきたいと考えている。

参考文献

- [1] Wang, S.P. and Nakamachi, E., The inside-outside algorithm for finite element analysis, *Int. J. Numer. Meths. Engng.*, **40**, 3665-3685 (1997)
- [2] Belytschko, T. and Neal, M.O., Contact-impact by the pinball algorithm with penalty and Lagrangian methods, *Int. J. Numer. Meths. Engng.*, **31**, 547-572, (1991).
- [3] Simo, J. C., Wriggers, P., and Taylor, R.L., A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems, *Comp. Meths. Appl. Mech. Engng.*, **50**, 163-180, (1985).
- [4] Simo, J. C. and Laursen, T. A., An augmented Lagrangian treatment of contact problems involving friction, *Comput. Struct.*, **42** (1), 97-116, (1992).
- [5] Carpenter, N., Taylor, R. L. and Katona, M. G., Lagrangian constraints for transient finite element surface contact, *Int. J. of Numer. Meths in Engng.*, **32**, 103-128, (1991).
- [6] Zhong, Z-H. *Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems*, Oxford University Press, New York, (1993).
- [7] Huo, T. and Nakamachi, E., Evaluation of the dynamic explicit/elastic viscoplastic finite-element method in sheet-forming simulation, *J. of Materials Processing Technology*, **50**, 180-196, (1995).
- [8] Keum, Y.T., Nakamachi, E., Wagoner, R.H., and Lee,

J.K., Compatible description of tool surfaces and FEM meshes for analyzing sheet forming operations, *Int. J. of Numer. Meths in Engng.*, **30**, 1471-1502, (1990).

- [9] Seguchi, Y., Shindo, A. and Tomita, Y., Sliding rule of friction in plastic forming of metal, *Computational Methods in Nonlinear Mechanics*, University of Texas at Austin, 683-692, (1974).
- [10] Michalowski, R. and Mroz, Z., Associated and non-associated sliding rules in contact friction problems, *Arch. Mech.*, **30**, 259-276, (1978).
- [11] Curnier, A., A theory of friction, *Int. J. Solids Structures*, **20** (7), 637-647, (1984)
- [12] Nakamachi, E. and Huo, T., Dynamic-explicit type elastic plastic finite element simulation of sheet metal forming-Hemispherical punch drawing, *Engineering Computation*, **13** (2/3/4), 327-338, (1996).
- [13] Wang, S.P. and Nakamachi, E., Nonlinear contact and friction modeling in the dynamic/explicit finite element analysis of sheet forming processes, *Proceedings of the 3rd Int. Conf. on Numerical Simulation of 3-D Sheet Forming Processes (NUMISHEET'96)*, Edited by J.K. Lee, G.L. Kinzel and R.H. Wagoner, The Ohio State University, 9-16, (1996).
- [14] E. Hang, A. Tramecon and L. Hyncik "Current Status of Articulated and Deformable Human Model for Impact and Occupant Safety Simulation at ESI" *PUCA'98* 291-307 (1998).
- [15] 西本哲也, 村上成之, 阿部俊昭, 小野古志郎「ヒト頭蓋骨の機械的性質と急性硬膜外血腫の発生に及ぼす骨破壊の影響」, *機論* **61**-591, A(1995), 2386-2391.
- [16] 多田幸生, 長嶋達也, 高田昌紀, 「脳のバイオメカニクス」, *機論* **58**-551, A(1992), 1115-1116
- [17] 石山慎一, 「人体の衝突耐性研究とダミー開発」, *バイオメカニクス* **14**, (1998), 1-12, 東京大学出版.
- [18] McElhaney, J.H. *et al* "Handbook of Human Tolerance, *JARI* 288-291 (1976).

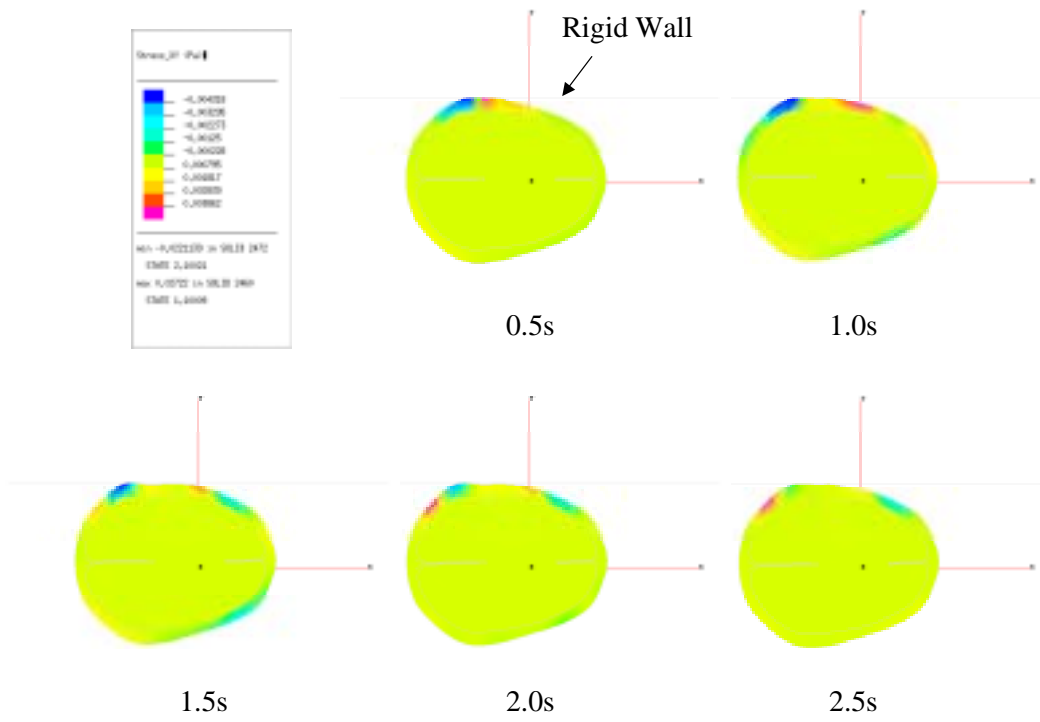


Fig.3 Propagation of stress wave (Skull)

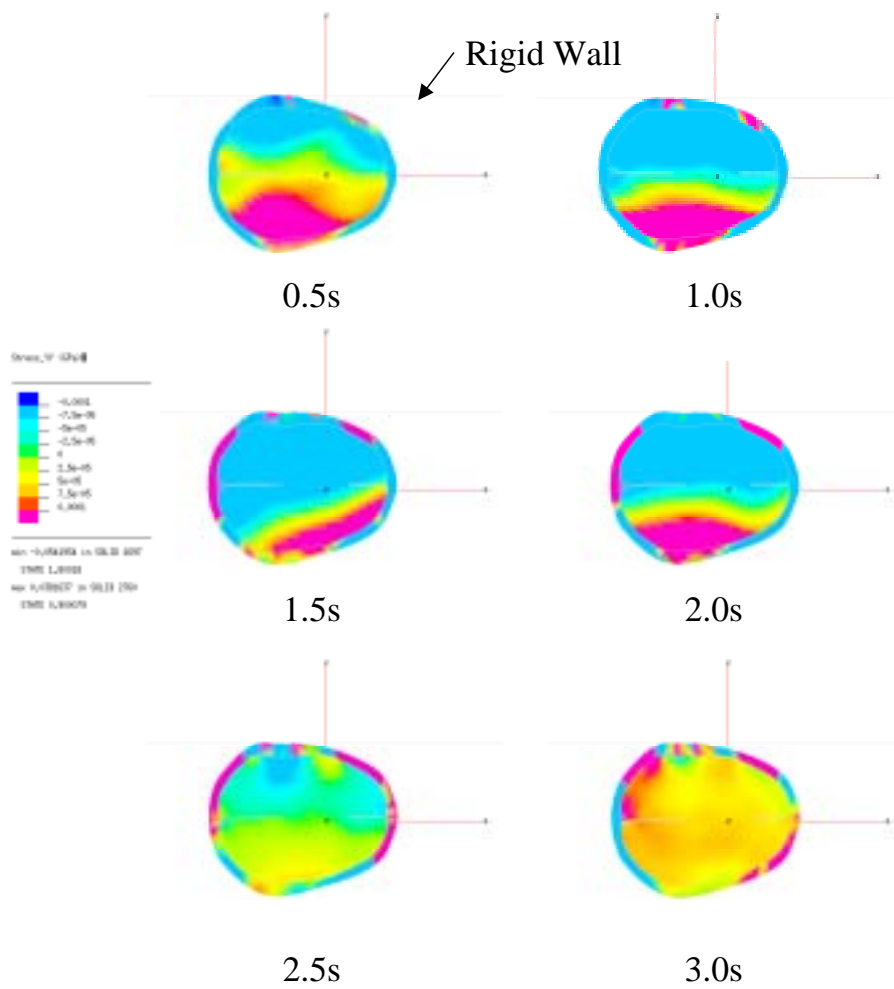


Fig.4 Propagation of stress wave (Brain)